NORDISK KOMBINATORIKK-SEMINAR

Utstein Kloster, 24. - 26. april 1981.

PROGRAM

Fredag 24. april.

kl.	13.30	Avreise frå Ryfylkekaien i Stavanger med M/S "Rennesøy
"	14.45	Deltakarane kjem til Utstein Kloster.
"	15.00	Ettermiddagskaffi.
"	15.30	Opning av seminaret ved Ernst S. Selmer.
"	15.45	A.M. Garsia (Titelen på foredraget blir kunngjort seinare).
"	17.45	Andre foredrag.
"	19.00	Middag.

Laurdag 25. april.

kl.	08.30	Frukost.
"	09.15	R.P. Stanley: "Combinatorial aspects of convex polytope
"	11.00	Føremiddagskaffi.
"	11.30	Andre foredrag.
"	13.30	Lunsj.
"	15.30	G.A. Dirac: "Infinite graphs".
"	17.00	Andre foredrag.
"	19.00	Middag.

Sundag 26. april.

kl.	08.30	Frukost
"	09.15	Kombinatorikk-undervisning i Norden.
"	10.15	Andre foredrag.
"	11.30	Føremiddagskaffi.
"	12.00	Omvisning på klosteret ved K. Fortun.
"	13.00	Lunsj.
"	14.30	Oppsummering og avslutning.

FOREDRAG VED NORDISK KOMBINATORIKK-SEMINAR,

Utstein Kloster 24.-26. april 1981.

G.Almkvist: Partitions and grouprepresentations in characteristic p.

L.Døvling Andersen: Delkvadrater i latinske kvadrater.

J.Astola: Bounds for Lee-Codes.

A.Bjørner: Homotopy properties of partially ordered sets.

H.Eilertsen: Farging av ringer.

K.Grünbaum: Om at tilrettelegge bridgeturneringer ved hjelp av differensmengder.

T.Helleseth: New Codes meeting the Griesmer-Bound.

T.Kløve: Ein konstruksjon av konstantvektkodar.

B.Lindstrøm: Some recent results on simplical matroids.

Ø. Rødseth: Om Frobenius'myntvekslingsproblem.

A.Tietäväinen: Upper Bounds for Binary Codes.

B.Toft: Et farvningsproblem av Lovász.

NORDISK KOMBINATORIKK-Seminar

DELTAKARLISTE.

Gert Almkvist (Lund)

Lars Døvling Andersen (Århus)

Jaakko Astola (Lappeenranta)

Anders Bjørner (Stockholm)

Tor Bu (Stavanger)

G.A. Dirac (Århus)

Gunnar Dirdal (Stavanger)

Håkon Eilertsen (Stavanger)

Klaus Grynbaum (Lyngby)

Olof Hanner (Gøteborg)

Ronald Hæggkvist (Stockholm)

Tor Helleseth (Oslo)

Torleiv Kløve (Bergen)

Bernt Lindstrøm (Stockholm)

Johannes Mykkeltveit (Bergen)

Robert Proctor (MIT)

Øystein Rødseth (Stavanger)

Ernst S. Selmer (Bergen)

R.P. Stanley (MIT)

Aimo Tietævæinen (Turku)

Carsten Thomassen (Århus)

Bjarne Toft (Odense)

P. Vaderlind (Stockholm)

Kåre Villanger (Bergen)

Kombinatorikkseminar på Utstein Kloster 24.-26. april 1981.

"Farging av ringer"

v/ Håkon B. Eilertsen

Istvan Beck har definert en grafstruktur G_R på hver kommutativ ring R ved å forbinde element (hjørner) x , y med en kant når $xy=0$, og han har karakterisert de ringene R som har endelig kromatisk tall eller endelig klikktall. Dette er nøyaktig de ringene R som har et endelig nilradikal N og et endelig antall minimale primideal $P_1,\ldots,P_n$.

Når $N=(0)$ er kromatisk tall og klikktall begge lik $n+1$, og også for hovedidealringer er tallene like. I det generelle tilfellet med endelige kromatiske tall og klikktall foreligger hverken bevis for at tallene er like eller at de kan være forskjellige.

Det er likevel vist at differansen mellom kromatisk tall og klikktall er den samme for ringene R og N. Det er dermed nok å undersøke om kromatisk tall og klikktall er like for de endelige nilpotente ringene N.

For små nilpotente ringer N (med f.eks. færre enn 10 element) innses lett at kromatisk tall og klikktall faller sammen, men for store nilpotente ringer N (f.eks. med mer enn 10^4 element) finnes konkrete tilfeller der spørsmålet er ubesvart.

Referanser:

Istvan Beck: Couloring of commutative rings.
Matematisk Institutt, 5014 Bergen-Universitetet.

N.G. De Bruijn and P. Erdøs: A colour problem for infinite graphs and a problem in theory of relations.
Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 54 371-373 (1953).

DELKVADRATER I LATINSKE KVADRATER.

Lars Døvling Andersen

Efter nogle indledende bemærkninger om delkvadrater i latinske kvadrater vil jeg omtale tre spørgsmål herom:

1. Hvor mange delkvadrater kan et latinsk kvadrat have?

2. Hvor få delkvadrater kan et latinsk kvadrat have?

3. Hvor kompliceret er det at undersøge, om et latinsk kvadrat har et ægte delkvadrat?

Min interesse for disse problemer stammer delvis fra et samarbejde med Eric Mendelsohn, University of Toronto. Vort arbejde var, ligesom dette foredrag vil være det, koncentreret om spørgsmål 2.

1. Det maximale antal ægte delkvadrater i et latinsk kvadrat af side $n = 2^a$ er lig med $\sum_{i=0}^{a-2} \frac{n\binom{n}{2^\alpha+1}}{2^{\alpha+1}\binom{2^{\alpha+1}}{2^\alpha+1}}$) og dette maximum antages for et entydigt bestemt latinsk kvadrat, nemlig kompositionstabellen for den direkte sum af a kopier af gruppen Z_2.

For siden $n \neq 2^a$ kender jeg ikke svaret på spørgsmål 1.

2. Dette spørgsmål kan ændres til: For hvilke n findes et latinsk kvadrat af side n helt uden ægte delkvadrater? Det er ikke svært at se, at man må have $n \neq 4$ og $n \neq 6$.

Generelt er latinske kvadrater uden ægte delkvadrater svære at finde. Denniston har med computer vist, at ud af over en kvart million latinske kvadrater af side 8 har kun 3 denne egenskab.

Katherine Heinrich har bevist, at der findes et latinsk kvadrat af side n uden ægte delkvadrater for $n = pq$, hvor p og q er forskellige primtal og $n \neq 6$. Med Eric Mendelsohn har jeg generaliseret hendes konstruktion, og vi kan nu give en direkte beskrivelse af et sådant kvadrat for alle n, som ikke er af formen $n = 2^a 3^b$. Denne konstruktion beskrives i foredraget.

3. Der kan angives simple algoritmer til afgørelse af, om et latinsk kvadrat har et ægte delkvadrat. Mere præcist:

Om to celler i samme række af et latinsk kvadrat af side n tilhører et ægte delkvadrat, kan afgøres i $O(n^3)$.

Heraf følger: Om et latinsk kvadrat af side n har et ægte delkvadrat, kan afgøres i $O(n^6)$.

<u>Litteratur.</u>

(i) L. D. Andersen & E. Mendelsohn, A Direct Construction for Latin Squares without proper Subsquares, under udarbejdelse.

(ii) J. Dénes & A. D. Keedwell, Latin Squares and Their Applications, Academic Press, New York - London 1974.

(iii) R. H. F. Denniston, Remarks on latin squares with no subsquares of order two, Utilitas Math. 13 (1978), 299-302.

(iv) K. Heinrich, Latin squares with no proper subsquares, preprint, University of Arizona.

Upper Bounds for Binary Codes

A. Tietäväinen
Mathematics Department, University of Turku,
20500 Turku 50, Finland

Let $A(n,d)$ be the maximum number of codewords in a binary code of word length n and minimum distance d. Since $A(n-1,2t-1) = A(n,2t)$, it is enough to consider even values of d only. Then, by the well-known result of Plotkin [5], $A(n,d) \leq 2[d/(2d-n)]$ if $n < 2d$ and $A(2d,d) \leq 4d$. Levenshtein [2] proved that this Plotkin bound is tight if certain Hadamard matrices exist.

Consider now the case where $n > 2d$ but $n-2d = j$ is small. Using the linear programming approach McEliece [3, p. 565] showed that if $j = j(d) = o(d^{1/2})$ then

$$A(2d+j,d) \lesssim 2d(2+j) \tag{1}$$

as $d \to \infty$. Combining the first two Delsarte-MacWilliams inequalities [3, p. 139] and a McEliece-Rumsey inequality [4] we now improve (1) into the form

$$A(2d+j,d) \lesssim 2d(2.2+\log(j+1))$$

if $j = o(d^{1/3})$, and into the form

$$A(2d+j,d) \lesssim d \log j$$

if, in addition, $j \to \infty$ as $d \to \infty$. It follows from a result of Sidelnikov [6, theorem 8] that the condition $j = o(d^{1/3})$ is best possible. It is an open problem whether the logarithm function of j can be replaced by a constant or not.

Our method gives improvements for small values of parameters, too. As an example it is shown that the result $A(21,10) \leq 55$ of Best et al. [1] can be improved into the form $A(21,10) \leq 51$.

Though now and in [7] I consider only binary codes, similar results could be proved also in nonbinary cases.

References

[1] M.R. Best, A.E. Brouwer, F.J. MacWilliams, A.M. Odlyzko, N.J.A. Sloane: Bounds for binary codes of length less than 25. - IEEE Trans. Information Theory 24 (1978), 81-93.

[2] V.I. Levenshtein: The application of Hadamard matrices to a problem in coding (in Russian). - Problemy Kibernetiki 5 (1961), 123-126.

[3] F.J. MacWilliams, N.J.A. Sloane: The theory of error-correcting codes. North-Holland, 1978.

[4] R.J. McEliece, H.C. Rumsey, Jr.: Sphere-packing in the Hamming metric. - Bull. Amer. Math. Soc. 75 (1969), 32-34.

[5] M. Plotkin: Binary codes with specified minimum distances. - IEEE Trans. Information Theory 6 (1960), 445-450.

[6] V.M. Sidelnikov: The mutual correlation of sequences (in Russian). - Problemy Kibernetiki 24 (1971), 15-42.

[7] A. Tietäväinen: Upper bounds for binary codes just outside the Plotkin range. - Information and Control (to appear).

Bounds for Lee-codes

Abstract. A basic problem in coding theory is to find the largest code of a given length over a given alphabet with a specified minimum distance. In the Hamming-metric this problem has been widely studied and although it is far from settled, there are various ways to get bounds on the code size. Most of these arguments carry straight over to the Lee-metric but some must be modified to yield useful results. We shall present a short survey of these bounds including a modification of the Elias-bound for large alphabets, a version of the bound of Chiang and Wolf for nonlinear codes and the asymptotic forms of these bounds.

References

Astola, J.: On the asymptotic behaviour of codes in the Lee-metric, to appear.

Astola, J.: An Elias type bound for Lee-codes and its application to perfect codes. IEEE Trans. Info. Theory, to appear.

Berlekamp, E.R. Algebraic Coding Theory: McGraw-Hill, New York, 1968.

Infinite planar graphs.

Carsten Thomassen.

Abstract

We discuss the extensions to infinite graphs of the planarity criteria of Kuratowski, MacLane and Whitney, respectively, as well as straight line representations and convex representations of infinite planar graphs.

T Helleseth: New codes meeting the Griesmer bound

An (n, k, d) code C is a k-dimensional subspace of $GF(2)^n$ such that any two distinct vectors of C differ in at least d positions.

In 1960 Griesmer proved that $n \geq \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{2^i} \right\rceil$, where $\lceil x \rceil$ denotes the smallest integer $\geq$ x.

We investigate codes with parameters $\left(\sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{2^i} \right\rceil, k, d \right)$ Several constructions of such codes are known due to Solomon and Stiffler (1965) and Belov et. al. (1972). For $d \leq 2^{k-1}$ we have proved in [1] that these are the only possible constructions.

For $d > 2^{k-1}$ other codes have been constructed by Helleseth and H. van Tilborg (2). They constructed codes with parameters $(2^k + 2^{k-2} - 15, k, 2^{k-1} + 2^{k-3} - 8)$. For $k=7$ there are exactly 5 non isomorphic (145,7,72) codes. For $k > 7$ codes with these parameters are unique.

Finally in (3) a new femily of codes that meet the Griesmer bound are found. In particular all previously known $\left(\sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{2^i} \right\rceil, k, d \right)$ codes are a proper subset of this family.

References:

(1) T Helleseth, A characterization of codes meeting the Griesmer bound, to appear.

(2) T Helleseth and H. van Tilborg, A new class of codes meeting the Griesmer bound, to appear in IEEE Trans. on Inform. Theory.

(3) T Helleseth New constructions of codes meeting the Griesmer bound, to appear.

Øystein J. Rödseth: Om Frobenius' myntvekslingsproblem.

Gitt relativt primiske positive hele tall $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Det er velkjent at ethvert tilstrekkelig stort helt tall har en representasjon på formen $a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k$ med heltallige $x_i \geqq 0$. Det største hele tall som ikke har en slik representasjon betegner vi med $g = g(a_1, a_2, \ldots, a_k)$.

I sine forelesninger i 1930-årene kom G.Frobenius gjentatte ganger tilbake til følgende problem: "Bestem g, eller gi i det minste ikke-trivielle øvre skranker for g." Siden g har en åpenbar tolkning i form av myntveksling, er dette problemet bl.a. kjent som "Frobenius' myntvekslingsproblem". For en forbindelse med primitive matriser og grafteori, se [1],[3],[4],[6].

Erdös og Graham [2] viste at

$$g \leqq 2a_{k-1}\left[\frac{a_k}{k}\right] - a_k \,, \qquad a_1 < \ldots < a_{k-1} < a_k \,.$$

De oppnådde dette resultatet ved å anvende Knesers dype sats om asymptotisk tetthet. (Se [5, kap.4].) Erdös og Grahams resultat kan imidlertid også bevises ved kun å benytte et relativt enkelt resultat av Mann [5, Cor.1.2.1, p.2], og dette beviset gir samtidig en bedre øvre skranke for g i det tilfellet at k er odde.

[1] A.L.Dulmage and N.S.Mendelsohn, Gaps in the exponent set of primitive matrices, Illinois J. Math. 8(1964), 642-656.

[2] P.Erdös and R.L.Graham, On a linear diophantine problem of Frobenius, Acta Arithm. 21(1972), 99-108.

[3] B.R.Heap and M.S.Lynn, A graph-theoretic algorithm for the solution of a linear diophantine problem of Frobenius, Numer. Math. 6(1964), 346-354.

[4] B.R.Heap and M.S.Lynn, On a linear diophantine problem of Frobenius: an improved algorithm, Numer. Math. 7(1965), 226-231.

[5] H.B.Mann, Addition Theorems, Interscience Publ., New York 1965.

[6] N.S.Mendelsohn, A linear diophantine equation with application to non-negative matrices, Ann. New York Acad. Sci. 175(1970), 287-294.

April 1981.

Et uløst problem i forbindelse med tilrettelæggelse af bridgeturneringer

(Klaus Grünbaum, Danmarks Tekniske Højskole)

I bestræbelser på at gøre parturneringer i bridge "retfærdige" stilles der visse krav til turneringstilrettelæggelsen. En turnering for n par, som opfylder disse krav kaldes en *Balanceret Howell rotation*, BHR(n). ([1]).

I foredraget opstilles indledningsvist disse krav, og der angives nogle simple *nødvendige betingelser* for eksistens af

BHR(n) : (i) $n \equiv 0 \pmod 4$

(ii) Eksistens af symmetrisk $(n-1, n/2-1, n/4-1)$ - bloksystem.

Der findes mange forskellige metoder til konstruktion af klasser af BHR. De tre mindste n-værdier, for hvilke eksistensen er uvis, er $n = 52, 92, 100$ ([2,3,4,5])

Der findes ingen "gode" generelle *tilstrækkelige betingelser*. Et hieraki af ikke afgjorte forslag til tilstrækkelige betingelser er de før omtalte (i) og (ii) og dernæst

(iii) Eksistens af $(n-1, n/2-1, n/4-1)$ - differensmængde.

Jeg vil i foredraget skitsere et bevis ([5]) for følgende tilstrækkelige betingelse (som er en svækkelse af (iii)):

(iv) Eksistens af $(n-1, n/2-1, n/4-1)$ - differensmængde D , for hvilken der findes en injektion $\pi : D \to \bar{D} = X \setminus D$ (X er grundmængden), således at

$$\{\pm(\pi(d) - d) \mid d \in D\} \equiv X \setminus \{0\} \pmod{n-1} .$$

<u>Uløst problem:</u> Har enhver $(n-1, n/2-1, n/4-1)$ - differensmængde egenskaben (iv) ?

Litteratur:

[1] E.T. Parker, A.M. Mood: Some balanced Howell rotation for duplicate bridge sessions. Amer. Math. Monthly 62 (1955), 714-716.

[2] E.R. Berlekamp, F.K. Hwang: Constructions for balanced Howell rotations for bridge tournaments. Journal of Combinatorial Theory (A) 12 (1972) 159-166.

[3] P. Schellenberg: On balanced Room squares and complete balanced Howell rotations. Amer. Math. Monthly 9 (1973), 75-90.

[4] F.K. Hwang: New constructions for balanced Howell rotations. Journal of Combinatorial Theory (A) 21 (1976), 44-51.

[5] K. Grünbaum, T. Høholdt: Kombinatorik med anvendelser. Matematisk Institut, DTH (1980).

Robert PROCTOR, A Dynkin Diagram Classification Theorem Arising From a Combinatorial Problem.

A ranked partially ordered set is said to be Sperner if the largest antichain is no larger than the largest rank. We present a new sufficient condition, expressed in terms of linear algebra, for a distributive lattice to be Sperner. It is possible to classify which distributive lattices satisfy this sufficient condition. The classification procedure involves Dynkin digarams and the set of lattices satisfying this condition coincides with a certain interesting set of distributive lattices arising in algebraic geometry.

Anders Björner, Homotopy properties of partially ordered sets.

By way of the simplicial complex of finite chains we can associate a topological space with a partially ordered set. We will mention some basic properties and combinatorial aspects of this construction and present a few recent results.

TORLEIV KLØVE

Ein konstruksjon av konstantvektkodar.
Resyme av føredrag på Utstein Kloster 25. april 1981.

Eg skal sjå på fylgjande problem: La $n \geq w > s$.
La X vera ei n-mengd og S ei samling w-undermengder av X slik at $|A \cap B| \leq s$ når $A, B \in S$, $A \neq B$. Kor stor kan $|S|$ vera ?

For $s = w - 1$ er svaret greitt, fordi $|A \cap B| \leq w - 1 \iff A \neq B$ og vi kan velgja S som samlinga av alle w-undermengder av X og vi får $|S| = \binom{n}{w}$.

For $s = w - 2$ er problemet vanskelig og nøyaktig svar er ikkje kjent. S.M. Johnsen har vist at $|S| \leq \frac{1}{n-w+1}\binom{n}{w}$. La X vera ei Abelsk gruppa og la $g \in X$. La

$$S_g = \{A \subset X \mid |A| = w \text{ og } \sum_{h \in A} h = g\}.$$

Vi ser lett at $A, B \in S_g$ og $A \neq B \Rightarrow |A \cap B| \leq w - 2$. Sidan
Sidan $\bigcup_{g \in X} S_g$ er ein partisjon av $\{A \subset X \mid |A| = w\}$ så må
$\max_{g \in X} |S_g| \geq \frac{1}{n}\binom{n}{w}$.

Med høveleg valg av gruppa og nøyaktig oppteljing kan vi visa at vi kan få S slik at

$$|S| \geq \frac{1}{n} \sum_{\substack{d \mid \gcd(n,w) \\ d \text{ kvadratfri}}} \binom{n/d}{w/d} \prod_{\substack{p \mid d \\ p \text{ primtal} \\ p \text{ odde dersom } w \equiv 2 \pmod 4}} (p^{\alpha_p} - 1)$$

der $n = \prod_{p \mid n} p^{\alpha_p}$ er primtalsoppspaltinga av n.

Ei alternativ formulering av problemet er fylgjande: For kvar $A \subset X$, la $\underline{v}_A \in \{0,1\}$ vera karakteristisk vektor for A (d.v.s. dersom $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ og $\underline{v}_A = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ så er $v_i = 1$ når $x_i \in A$, $v_1 = 0$ når $x_i \notin A$). Dersom S er som i problemet ovanfor og $C = \{\underline{v}_A \mid A \in S\}$ så er C ein kode av lengd n, konstant vekt w og Hammingavstand $\geq 2(w - s)$ mellom kodeord. Maksimal $|S|$ skriv vi $A(n,2(w-s),w)$.

Referansar:

R.L. Graham og N.J.A. Sloane: Lower bounds for Constant Weight Codes, IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-26, januar 1980, 37-43.

T. Kløve: A lower bound for A(n,4,w), IEEE Trans. on Information Theory, vol. IT-27, mars 1981.